

1. példa

Egyszerűsítse és NAND kapukkal valósítsa meg a **0,1,5,7,11,13,15** indexű MINTERM-ket tartalmazó 4 változós logikai függvényt!

❏ Kiinduló adatok:

- *Független változók, és súlyozásuk:*

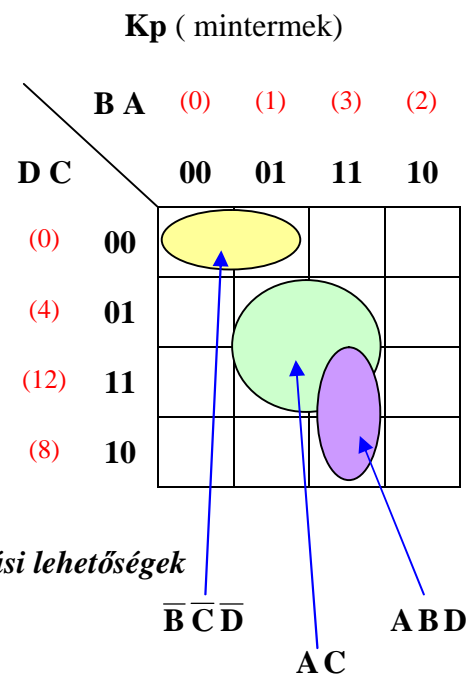
$$A, 2^0, B, 2^1, C, 2^2, D, 2^3$$

- *A megvalósítandó függvény:*

$$K = \sum (0,1,5,7,11,13,15)$$

❏ Megoldás:

- *Karnaugh diagram felrajzolása:*



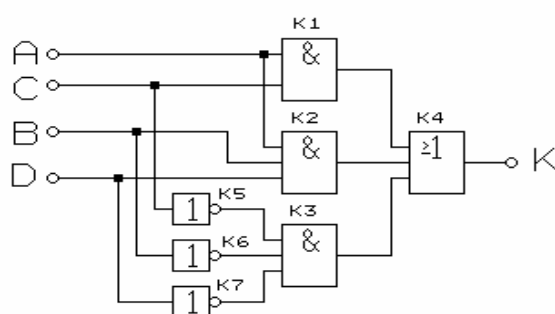
- *Összevonási lehetőségek*

- *Egyszerűsített függvény*

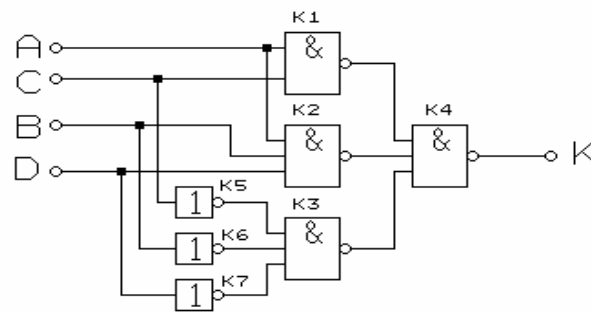
$$K = AC + ABD + \overline{B} \overline{C} \overline{D}$$

- *Logikai vázlat*

Az egyszerűsített függvény alapján megrajzolható a kétszintű **ÉS – VAGY** hálózat

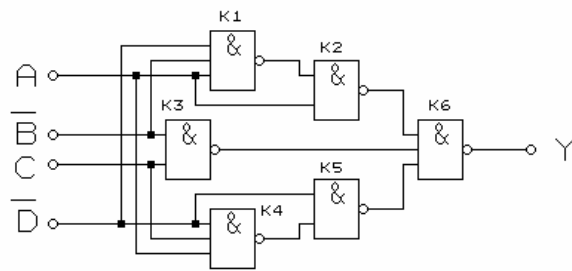


A kétszintű ÉS – VAGY hálózatból, mindkét típusú kapu NAND kapukkal való helyettesítése a helyes megoldást adja. (A NAND kapu páratlan szinten VAGY, míg páros szinten ÉS műveletet valósít meg.)



2. példa

Határozza meg az ábra szerinti logikai hálózat kimenetének a függvényét!

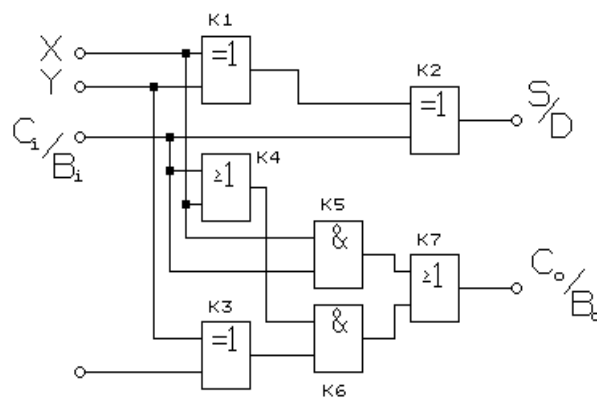


A NAND kapu **páratlan** szinten **VAGY**, míg **páros** szinten **ÉS** műveletet valósít meg, és a **páros** szinten bevezetett változó **változatlan**, míg a **páratlan** szinten behozott változó **ellenkező** alakban szerepel a kimeneti függvényben. A törvényszerűség alapján az alábbiak szerint is felírható a kimenet (Y) logikai függvénye

$$Y = A(D + B + \bar{A}) + \bar{B}C + \bar{D}(\bar{A} + \bar{C} + D) = AD + AB + \bar{B}C + \bar{A}\bar{D} + \bar{D}\bar{C}$$

3. példa

Írja fel az alábbi ábra kimeneteinek a logikai függvényeit!



(A K1, K2 és K3 jelű kapuk XOR – kizáró vagy – műveletet végeznek). Az összefüggések egyszerűbb felírásához a rajzon több betűs jelöléseket egyetlen betűvel jelöljük (S/D – S, Ci/Bi – C, Co/Bo – B)

$$S = X \oplus Y \oplus C = (X\bar{Y} + \bar{X}Y)\bar{C} + (\overline{X\bar{Y} + \bar{X}Y})C = (X\bar{Y}\bar{C} + \bar{X}Y\bar{C}) + (XY + \bar{X}\bar{Y})C = \\ = X\bar{Y}\bar{C} + \bar{X}Y\bar{C} + XYC + \bar{X}\bar{Y}C$$

Az S értékét három változó kizáró-vagy (moduló kettő) kapcsolata határozza meg. Az eredményből következtethető, hogy S értéke akkor igaz, ha páratlan számú bemenet igaz.

$$B = (P\bar{Y} + \bar{P}Y)(X + C) + XC = P(X\bar{Y} + C\bar{Y}) + \bar{P}(XY + CY) + XC$$

Az elemzett áramkör az egy helyértékű teljes összeadó-kivonó, amelynél a P parancs 0 értékénél összeadás, míg 1 értékénél kivonás történik. Ellenőrizze az állítást.

4. példa

Egyszerűsítse és két bemenetű NOR kapukkal valósítsa meg azt a 4 változós függvényt, amely az 0,1,2,4,5,6,7,13,15 indexű MAXTERM - ket tartalmazza!

□ **Kiinduló adatok:**

- *Független változók, és súlyozásuk:*

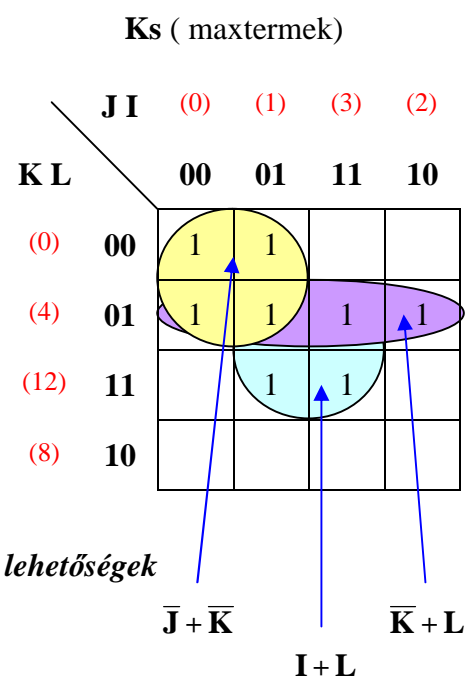
$$I \text{ , } 2^0 \text{ , } J \text{ , } 2^1 \text{ , } K \text{ , } 2^2 \text{ , } L \text{ , } 2^3$$

- *A megvalósítandó függvény:*

$$Z = \bigcirc^4 (0,1,2,4,5,6,7,13,15)$$

□ **Megoldás:**

- *Karnaugh diagram felrajzolása:*



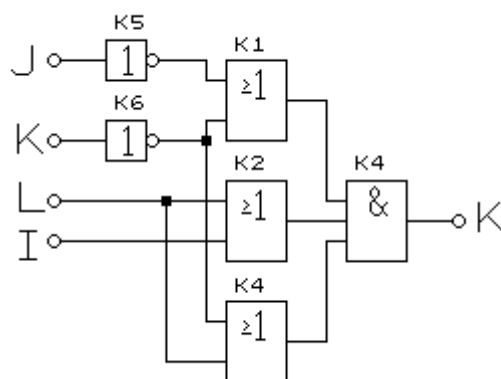
- *Összevonási lehetőségek*

- *Egyszerűsített függvény*

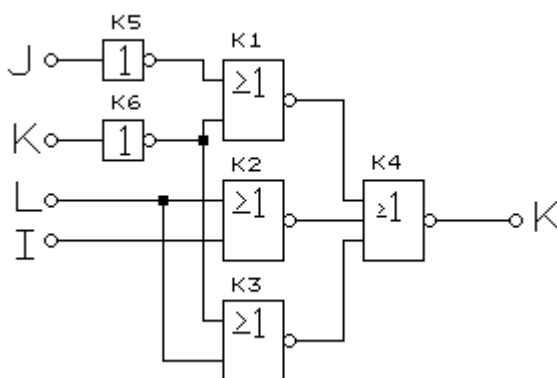
$$K = (\bar{J} + \bar{K})(I + L)(\bar{K} + L)$$

- **Logikai vázlat**

Az egyszerűsített függvény alapján megrajzolható a kétszintű **VAGY – ÉS** hálózat



A kétszintű VAGY – ÉS hálózatból, mindkét típusú kapu NOR kapukkal való helyettesítése a helyes megoldást adja. (A NOR kapu **páratlan** szinten **ÉS**, míg **páros** szinten **VAGY** műveletet valósít meg, és a **páros** szinten bevezetett változó **változatlan**, míg a **páratlan** szinten behozott változó **ellenkező** alakban szerepel a kimeneti függvényben.)



5. példa

Határozza meg a 0,2,3,4,6,8,10,11 indexű MINTERMEK -et tartalmazó 4 változós függvény egyszerűsített konjunktív (VAGY – ÉS) alakját! Rajzolja meg a megvalósítás NOR kapus logikai vázlatát!

□ **Kiinduló adatok:**

- **Független változók, és súlyozásuk:**

$$A, 2^0, B, 2^1, C, 2^2, D, 2^3$$

· *A megvalósítandó függvény:*

$$K = \sum_{i=0}^4 (0,2,3,4,6,8,10,11)$$

¶ **Megoldás:**

1. A normál alakok közötti átszámítás Karnaugh diagrammal.

· *Karnaugh diagram felrajzolása:*

Kp (mintermek)

B A		(0)	(1)	(3)	(2)
D C		00	01	11	10
(0)	00	1		1	1
(4)	01	1			1
(12)	11				
(8)	10	1		1	1

· *A maxtermek -et leíró Karnaugh diagram felrajzolása*

Ks (maxtermek)

B A		(3)	(2)	(0)	(1)
D C		11	10	00	01
(12)	11		1		
(8)	10		1	1	
(0)	00	1	1	1	1
(4)	01		1		

· *Összevonási lehetőségek*

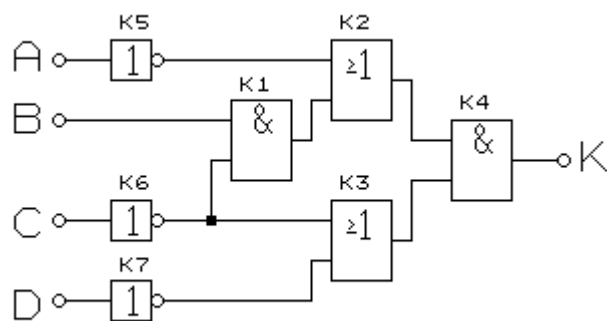
$\overline{D} + \overline{C}$ $\overline{A} + B$ $\overline{A} + \overline{C}$

· *Egyszerűsített függvény*

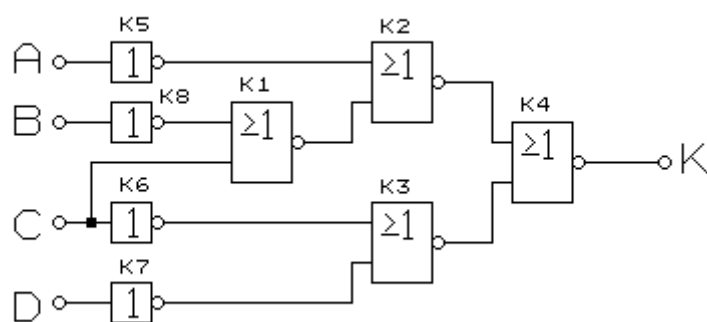
$$\begin{aligned} K &= (\overline{A} + B)(\overline{A} + \overline{C})(\overline{C} + \overline{D}) \\ &= (\overline{A} + B\overline{C})(\overline{C} + \overline{D}) \end{aligned}$$

Logikai vázlat

Az egyszerűsített függvény alapján megrajzolható az **VAGY – ÉS** hálózat



A VAGY – ÉS hálózatból, mindkét típusú kapu NOR kapukkal való helyettesítése a helyes megoldást adja. (A NOR kapu **páratlan** szinten **ÉS**, míg **páros** szinten **VAGY** műveletet valósít meg, és a **páros** szinten bevezetett változó **változatlan**, míg a **páratlan** szinten behozott változó **ellenkező** alakban szerepel a kimeneti függvényben.)



2. A normál alakok közötti átszámítás indexelt alakból.

A megadott függvényből

$$K = \overset{4}{\dot{A}}(0,2,3,4,6,8,10,11)$$

hiányzó mintermek adják az inverz, vagy tagadott függvényt:

$$\overline{K} = \overset{4}{\dot{A}}(1,5,7,9,12,13,14,15)$$

Az inverz függvény tagadásával kapjuk a konjunktív alak indexelt formáját

$$K = \overset{4}{\dot{O}}(14,10,8,6,3,2,1,0)$$

A függvény megegyezik az 1. Pont szerint kapott értékkel !